Eduardo Sá Silva

O cálculo do risco

em projetos de investimento (método probabilístico)

VidaEconómica

ÍNDICE

RESUMO

O termo risco provém do italiano *risico* ou *rischio*, que, por sua vez, deriva do árabe clássico *rizq* ("aquilo que se depara com a providência"). O termo faz referência à proximidade ou contingência de um possível dano.

Um risco é qualquer coisa, desconhecida ou incerta, que possa impedir o sucesso.

Risco está relacionado com a escolha, não ao acaso, pois decorre da incerteza inerente ao conjunto de possíveis consequências (ganhos e perdas) que resultam de decisões tomadas diariamente pela organização.

Deste modo, risco está associado à possibilidade de ocorrência de acontecimentos incertos ou aleatórios, que definem estados da natureza; é determinado pela variabilidade do valor esperado, em função da ocorrência desses acontecimentos

No entanto, importa diferenciar os conceitos de risco e de incerteza, pois o primeiro permite a estimativa da probabilidade (objetiva ou subjetiva) da ocorrência do acontecimentos, enquanto em relação ao segundo (incerteza) não são possíveis tais estimativas.

Na presente obra, evidencia-se o processo de cálculo do risco baseado em probabilidades. Os conceitos de variância, covariância, correlação e desvio-padrão são elementos chave para o entendimento

do risco nos projetos de investimentos. Igualmente faz-se referência à simulação Monte Carlo.

O capítulo 6 é reservado para outros critérios alternativos, nomeadamente, o período de recuperação (*payback*), a análise de sensibilidade, a taxa de atualização ajustada pelo risco e os fluxos equivalentes certos.

São apresentados uma série de exemplos, com a respetiva resolução.

Esta obra enquadra-se no seguimento de outras publicadas pelo autor, a saber: *Gestão Financeira – Análise de Fluxos Financeiros, Gestão Financeira – Análise de Investimentos*, *Gestão Financeira – Opções Reais* e *Gestão Financeira – Árvores de Decisão*.

Palavras-chave: risco, incerteza, desvio-padrão, variância, covariância, coeficiente de correlação, distribuição normal e simulação Monte Carlo, fluxos equivalentes certos.

1. NOÇÃO DE RISCO

O risco pode ser definido como o grau de incerteza ou a possibilidade de perda, ou seja, a probabilidade de ocorrência do evento gerador dessa perda. O caso de não termos probabilidades conduz-nos a uma situação limite de incerteza absoluta que não poderá ser quantificada. No caso em que há hipótese de quantificação, o desvio-padrão é a medida de dispersão que nos informa do grau de concentração das probabilidades em torno da média. Quanto menor o risco, mais representativa é a média; naturalmente, quanto maior é o desvio, menos a média representa a distribuição. Assim, por definição, o risco deve ser definido como o desvio-padrão do projeto dado pela seguinte expressão:

$$VPL_s = \sqrt{\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{Fs_j}{(1+i)^j}\right)^2 + 2\sum_{j<k}^{n}\frac{1}{(1+i)^j}\cdot\frac{1}{(1+i)^k}\,cov\,(F_j, F_k)} \qquad (1)$$

em que:

VPL_s[1] = desvio-padrão do projeto

Fs_j = desvio-padrão dos fluxos do período j

F_j, F_k = Fluxos ocorridos nos períodos J e K

cov = covariância

1 - Usar-se-á de forma indistinta VPL_s ou $\sigma\ (VPL)$, e para cada período Fs_j ou $\sigma(F_j)$

i = taxa de atualização que se considera constante ao longo do período

Por seu turno, o *E(VPL)*[2] é dado pela seguinte expressão

$$E(VPL) = -E(A) + \frac{E(F_1)}{1+i} + \frac{E(F_2)}{(1+i)^2} + \ldots + \frac{E(F_n)}{(1+i)^n} =$$

$$= -E(A) + \sum_{t=1}^{n} \frac{E(F_t)}{(1+i)^t} \qquad (2)$$

em que:

E(A) – valor esperado do investimento inicial

E o cálculo da TIR (taxa interna de rentabilidade ou rendibilidade) é dado pela seguinte expressão:

$$TIR \Rightarrow -E(A) + \frac{E(F_1)}{1+TIR} + \frac{E(F_2)}{(1+TIR)^2} + \ldots + \frac{E(F_n)}{(1+TIR)^n} = 0 \qquad (3)$$

2 - Por uma questão de simplificação, usar-se-á indistintamente a notação com valor esperado *E( )* (expectativa relativamente ao futuro) ou sem valor esperado. Refira-se que o valor esperado (em inglês, *expected value* ou *expectation*), abreviado EV, de um movimento é o ganho ou perda média que resulta de uma situação tendo em conta todos os resultados possíveis e as suas probabilidades.

Também aparece com a designação de esperança matemática. A média e o valor esperado são uma e a mesma coisa e fornece-nos informação sobre aquilo que é costume designar-se também por tendência central.

2. APRESENTAÇÃO DE UM CASO, ADAPTADO DE SECURATO, 1993

Suponha-se que um projeto de investimento gera os seguintes fluxos de caixa, dependendo da situação do mercado. No período 1, pode-se ter procura alta e baixa, no período 2 poderá ocorrer procura alta, média e baixa. Numa primeira situação, ir-se-á considerar que há independência dos fluxos ocorridos nos dois períodos. Numa segunda situação, ir-se-á considerar que ocorrerá dependência, ou seja, os fluxos do período 2 estão dependentes do que acontece no período 1. Numa terceira situação, considerar-se-á que existirá alguma relação entre os fluxos.

Os fluxos e as probabilidades de ocorrência são os seguintes:

Quadro 1 – Fluxos (situação de partida)

período 1			período 2		
Procura	F1	p(F1)	Procura	F2	p(F2)
Alta	100	80,00%	Alta	200	60,00%
Média	90	20,00%	Média	150	30,00%
			Baixa	120	10,00%

Probabilidade de ocorrência dos fluxos em cada um dos períodos, de acordo com o tipo de procura

Para o cálculo da variância (o desvio-padrão é a raiz quadrada da variância), deve-se utilizar o seguinte formulário:

$$E(F_t) = \sum_{i=1}^{h} F_t^i \, p_t^i \qquad (3)$$

$$\sigma^2(F_t) = \sum_{i=1}^{h} \left[F_t^i - E(F_t)\right]^2 p_t^i = E(F_t^{\,2}) - E(F_t)^2 \qquad (4)$$

com $E(F_t^{\,2}) = (\sum_{i=1}^{h} F_t^i)^2 \, p_t^i$

Para t = 1,2,... n

em que:

- p_t^i : probabilidade de ocorrência de cada um dos fluxos nos distintos períodos

Quadro 2 - Cálculo do desvio-padrão em cada um dos períodos

Cálculo da média				Cálculo da média			
e do desvio-padrão				e do desvio-padrão			
período 1 - F1				período 2 - F2			
	100	80,00%	80		200	60,00%	120
	90	20,00%	18		150	30,00%	45
					120	10,00%	12
média - E(F1)			98				
				média - E(F2)			177
	10000	80,00%	8000				
	8100	20,00%	1620		40000	60,00%	24000
					22500	30,00%	6750
E(F1^2)			9620		14400	10,00%	1440
E(F1)^2			9604				
				E(F2^2)			32190
variância - F1			16	E(F2)^2			31329
desvio padrão - F1			4				
				variância - F2			861
				desvio padrão - F2			29

Neste processo de cálculo, a variância é calculada pela diferença E(F1^2) – E(F1)^2, para o F1 (1º período). Para o 2º período, o processo é análogo.

Quadro 3 - Um processo alternativo, que conduz ao mesmo resultado, para o período 1 – F1

	1	2	3= 1 -2	4 = 3^2	5	6 = 4 x 5
	F1	E(F1)	diferença	diferença^2	probab.	
procura alta	100	98	2	4	80,00%	3,2
procura baixa	90	98	-8	64	20,00%	12,8
				variância –F1		16

Um outro conceito que é necessário relembrar é o coeficiente de correlação que substitui a covariância e é dado pela seguinte expressão:

$$\rho_{xy} = cov\,(x,y) \,/\, \sigma_{x} .\ \sigma_{y} \qquad com \quad -1 \leq r_{xy\ll} 1$$

em que: σ_x e σ_y representam os desvios-padrão

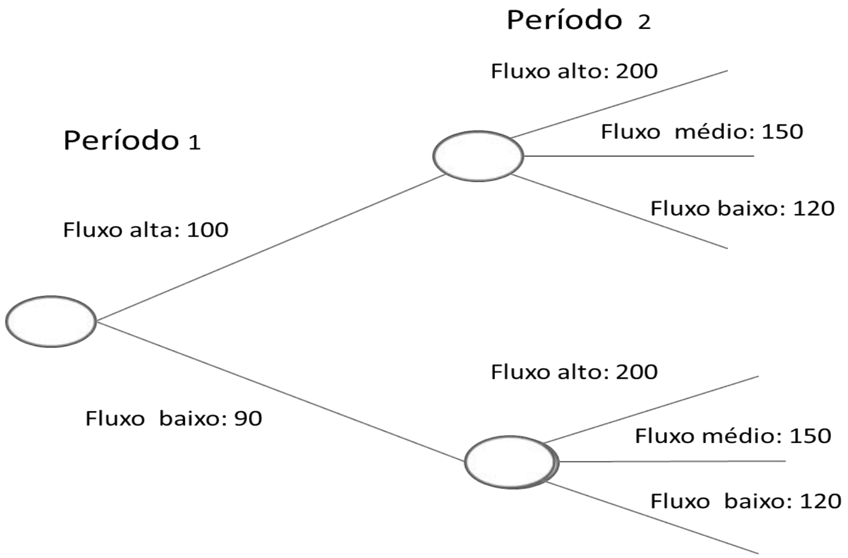
Assim, na expressão do VPL_s, atrás indicada, a covariância pode ser substituída por $\rho_{xy.}\ \sigma_{x:}\ \sigma_{y}$

Deste modo, com um coeficiente de correlação = 1, tem-se uma situação de total dependência e com um coeficiente de correlação = 0 tem-se uma situação de total independência. Valores intermédios revelam relações que podem ser mais intensas, quando se aproxima do coeficiente de correlação de 1, ou menos intensas, quando o coeficiente se aproxima de 0.

2.1 SITUAÇÃO DE INDEPENDÊNCIA

Retomando os fluxos do período 1 e 2, pode-se construir o seguinte esquema:

Figura 1: Comportamento dos fluxos



Conforme evidencia o esquema, o comportamento dos fluxos do período 2 é independente do que acontece no período 1, o que conduz a que a covariância seja igual a zero:

Quadro 4: Cálculo da covariância (situação de independência)

Independência dos fluxos entre períodos										
cálculo da covariância										
F1	E(F1)	Dif. F1	Pr(F1)	F2	E(F2)	Dif.F2	Pr(F2)	Covarianc	Pr(F1) x Pr(F2)	Situação
100	98	2	0,8	200	177	23	0,6	22,08	0,48	alta(F1)x alta(F2)
100	98	2	0,8	150	177	-27	0,3	-12,96	0,24	alta(F1)x media(F2)
100	98	2	0,8	120	177	-57	0,1	-9,12	0,08	alta(F1)x baixa(F2)
90	98	-8	0,2	200	177	23	0,6	-22,08	0,12	baixa(F1)x alta(F2)
90	98	-8	0,2	150	177	-27	0,3	12,96	0,06	baixa(F1)x média(F2)
90	98	-8	0,2	120	177	-57	0,1	9,12	0,02	baixa(F1)x baixa(F2)
							total	0	a covariância será sempre igual a 0	

Neste caso, as probabilidades conjuntas serão as seguintes que são iguais às iniciais para o período 2:

Quadro 5: Cálculo das probabilidades conjuntas (independência)

probabilidades do período 2	
Alta (48%+24%)	60%
Média (24%+12%)	30%
Baixa (8%+2%)	10%
Total	100%

Pode-se efetuar um teste alterando as probabilidades do período 2 para 50% (alta), 20% (média) e 30% (baixa), que conduz igualmente a que a covariância seja igual a zero:

Quadro 6: Cálculo com novas probabilidades no período 2 (independência)

Independência dos fluxos entre períodos										
cálculo da covariância										
F1	E(F1)	Dif. F1	Pr(F1)	F2	E(F2)	Dif.F2	Pr(F2)	Covarianc	Pr(F1) x Pr(F2)	Situação
100	98	2	0,8	200	177	23	0,5	18,4	0,4	alta(F1)x alta(F2)
100	98	2	0,8	150	177	-27	0,2	-8,64	0,16	alta(F1)x media(F2)
100	98	2	0,8	120	177	-57	0,3	-27,36	0,24	alta(F1)x baixa(F2)
90	98	-8	0,2	200	177	23	0,5	-18,4	0,1	baixa(F1)x alta(F2)
90	98	-8	0,2	150	177	-27	0,2	8,64	0,04	baixa(F1)x média(F2)
90	98	-8	0,2	120	177	-57	0,3	27,36	0,06	baixa(F1)x baixa(F2)
							total	0	a covariância será sempre igual a 0	

Assim, no caso de total independência, o desvio-padrão do projeto – VPL_s – resume-se a:

$$VPL_s = \sqrt{\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{Fs_j}{(1+i)^j}\right)^2} \qquad (5)$$

De um modo genérico, se os fluxos de caixa são independentes, a variância da soma das variáveis aleatórias independentes é a soma das variâncias

$$\sigma^2(VPL) = \sigma^2(A) + \frac{1}{(1+i)^2}\sigma^2(F_1) + \ldots + \frac{1}{(1+k)^{2n}}\sigma^2(F_n) \qquad (6)$$

em que:

$\sigma^2(VPL)$ = variância do projeto

$\sigma^2(A)$ = variância dos investimentos iniciais

$\sigma^2(F_1.\,n)$ = variância dos diversos fluxos de caixa

com os cálculos partindo do pressuposto de uma taxa de atualização de 10%

Quadro 7: Cálculo do VAL (independência)

Período	variância	f. actualiz ^2	Produto
F1	16	0,826446	13,223
F2	861	0,683013	588,075
Variância			601,298
desvio-padrão do projeto			24,521

ou seja:

$$VPL_s = \sqrt{601{,}2977} = 24{,}521$$

2.2 SITUAÇÃO DE TOTAL DEPENDÊNCIA

No caso de total dependência (risco máximo), o coeficiente de correlação assume o valor de 1 e a fórmula do VPL_s passa a ser a seguinte expressão:

$$VPL_s = \sqrt{\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{Fs_j}{(1+i)^j}\right)^2 + 2\sum_{j<k}^{n}\frac{Fs_j}{(1+i)^j}\cdot\frac{Fs_k}{(1+i)^k}} \quad (7)$$

E igualmente de forma genérica, se os fluxos estão perfeitamente correlacionados, a variância passa a ser a seguinte.

$$\begin{aligned}\sigma^2(VPL) &= \sigma^2(A) + \frac{1}{(1+i)^2}\sigma^2(F_1) + \ldots + \frac{1}{(1+i)^{2n}}\sigma^2(F_n) + \\ &+ \frac{2}{1+i}Cov(A,F_1) + \frac{2}{(1+i)^2}Cov(A,F_2) + \ldots + \frac{2}{(1+i)^n}Cov(A,F_n) + \ldots\end{aligned} \quad (8)$$

e substituindo a expressão da covariância pela expressão que contém o coeficiente de correlação:

Coeficiente de correlação:

$$\rho = \frac{Cov(F_i, F_j)}{\sigma(F_i)\sigma(F_j)} = 1 \Rightarrow Cov(F_i, F_j) = \rho \ \ (F_i)\sigma(F_j) \tag{9}$$

Variância com o coeficiente de correlação:

$$\begin{aligned} \sigma^2(VPL) &= \sigma^2(A) + \frac{1}{(1+i)^2}\sigma^2(F_1) + \ldots + \frac{1}{(1+i)^{2n}}\sigma^2(F_n) + \\ &+ \frac{2}{1+i}\rho \ \ (A)\sigma(F_1) + \frac{2}{(1+i)^2}\rho \ \ (A)\sigma(F_2) + \ldots + \frac{2}{(1+i)^n}\rho \ \ (A)\sigma(F_n) + \ldots \end{aligned} \tag{10}$$

o que conduz a:

$$\sigma^2(VPL) = \left[\sigma(A) + \frac{\sigma(F_1)}{(1+i)} + \ldots + \frac{\sigma(F_n)}{(1+i)^n}\right]^2 \tag{11}$$

ou seja, para os valores em causa:

$$\text{VPL}_{\text{s}} = \sqrt{601{,}19 + 2 \, . \frac{4}{(1+10\%)^1} . \frac{29{,}34}{(1+10\%)^2}} = 27{,}884$$

Em alternativa, o VPL s pode ser obtido pela atualização dos desvios-padrão dos fluxos dos dois períodos:

$$\text{VPL}_{\text{s}} = \frac{4}{(1+10\%)^1} + \frac{29{,}34}{(1+10\%)^2} = 27{,}884$$

O valor de 27,884 representa o limite máximo do risco, dado que os fluxos estão perfeitamente correlacionados.

2.3 SITUAÇÃO DE ALGUMA DEPENDÊNCIA

Duas variáveis aleatórias são independentes se, e somente se, a probabilidade conjunta[3] é igual ao produto das suas probabilidades. Nessa situação, P(F1, F2) = P(F1) . P(F2), para todos os valores da distribuição. Então, as variáveis F1 e F2 são independentes e, nestas condições, a covariância (F1, F2) = 0.

Quando o cálculo das probabilidades de uma variável for dependente da ocorrência de outra variável, então fica caracterizada a dependência entre as variáveis que é dada pela seguinte expressão:

P (F1 , F2) = P(F2) . P(F2/F1)

Neste caso, está-se perante uma probabilidade condicionada que se refere à probabilidade de F2 estar dependente da ocorrência de F1 e representa-se por P (F2/F1).

Analisemos a seguinte alteração nas probabilidades do período 2:

3 - A probabilidade conjunta é expressa por P(F1,F2) ou P(F1 ∩ f2)

O cálculo do risco

em projetos de investimento

Na presente obra, evidencia-se o processo de cálculo do risco baseado em probabilidades. Os conceitos de variância, covariância, correlação e desvio-padrão são elementos-chave para o entendimento do risco nos projetos de investimentos. Igualmente faz-se referência à simulação Monte Carlo.

O capítulo 6 é reservado para outros critérios alternativos, nomeadamente, o período de recuperação (*payback*), a análise de sensibilidade, a taxa de atualização ajustada pelo risco e os fluxos equivalentes certos.

É apresentada uma série de exemplos, com a respetiva resolução.

Visite-nos em
livraria.vidaeconomica.pt

www.vidaeconomica.pt

ISBN: 978-972-788-826-9

9 789727 888269 >